

## ZESTAW ZADAŃ:

- 1. *Sen miałem dziwny. A tak to było:***  
W tłumie kosmitów na placu stałem.  
Dwieście ich oczu na mnie patrzyło,  
Ale zarysów ciał nie widziałem.  
Wtem usłyszałem - Hej, Ziemianinie,  
Zadam ci teraz trudne pytanie.  
Musisz się spieszyć, bo gdy noc minie,  
Chcemy gotowe mieć rozwiązanie.  
Kilku z nas ma, jak ty, oczu parę.  
O siedmiu więcej ma ich dwie pary.  
A czworo oczu ponad twą miarę  
Mam ja, ma brat mój i ojciec stary.  
Połowę grupy już omówiłem,  
Reszta mych druhów ma oko jedno.  
Z jak liczną grupą tutaj przybyłem?  
Spróbuj obliczyć, nim gwiazdy zbledną.
- 2. Kiedy prawdziwa jest równość  $1 + 1 = 10$  ?**
- 3. Wśród matematyków co siódmy jest filozofem, zaś wśród filozofów co dziesiąty jest matematykiem. Kogo jest więcej, filozofów czy matematyków?**
- 4. Grupa turystów ( 7 osób dorosłych i 2 dzieci) zamierza przepłynąć się na drugi brzeg rzeki. Dysponują łódką, która może pomieścić albo jedną osobę dorosłą, albo jedno lub dwoje dzieci. Wszyscy potrafią wiosłować. Czy mogą w tych warunkach zrealizować zamysł?**
- 5. Wykazać, że jeśli w liczbie trzycyfrowej środkowa cyfra jest równa sumie cyfr skrajnych to liczba ta jest podzielna przez 11.**
- 6. Jaka jest reszta z dzielenia przez 10 liczby  $43^{43} - 17^{17}$ ?**
- 7. Grupa turystów ( 7 osób dorosłych i 2 dzieci) zamierza przepłynąć się na drugi brzeg rzeki. Dysponują łódką, która może pomieścić albo jedną osobę dorosłą, albo jedno lub dwoje dzieci. Wszyscy potrafią wiosłować. Czy mogą w tych warunkach zrealizować zamysł?**
- 8. W prawej i lewej kieszeni mam łącznie 35 monet. Jeżeli z prawej kieszeni przełożę do lewej tyle monet ile jest w lewej, to w prawej pozostaną o trzy monety więcej niż w lewej. Ile monet początkowo było w każdej kieszeni?**
- 9. Wśród 80 monet jedna jest lżejsza od pozostałych, które mają równe wagi. Za pomocą czterech ważeń na wadze szalkowej, wykryj tę lżejszą.**

10. Wykazać, że wszystkie trzy poniższe kolorowe obszary mają jednakowe pole.



11. Jaka jest suma wszystkich liczb 3-cyfrowych, utworzonych z cyfr 1, 2, 3, w których żadna cyfra się nie powtarza?

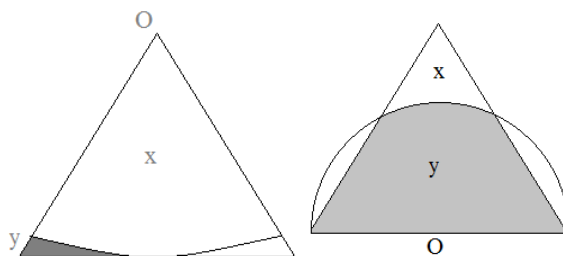
12. Woda morska zawiera 5% soli. Ile kilogramów czystej wody trzeba dolać do 40 kg wody morskiej, aby otrzymać wodę o zawartości 2% soli?

13. Na przeciwprostokątnej  $AB$  trójkąta prostokątnego  $ABC$  obrano takie punkty  $K$  i  $M$ , że  $AK = AC$ ,  $BM = BC$ . Oblicz miarę kąta  $MCK$ .

14. Liczba  $x$  jest liczbą naturalną. Wśród nierówności:  $2x > 70$ ,  $x < 100$ ,  $3x > 25$ ,  $x \geq 10$ ,  $x > 5$  trzy są prawdziwe, zaś dwie fałszywe. Ile wynosi  $x$ ?

15. Piechur wyruszył w drogę i szedł z prędkością 4 km/godz. Kiedy przeszedł już 3 km, wtedy wyruszył za nim tą samą drogą drugi piechur i szedł z prędkością 5 km/godz. Jednocześnie z nim pobiegł pies z prędkością 15 km/godz. i dogoniwszy pierwszego piechura zawrócił do drugiego, po czym ponownie pogonił za pierwszym piechurem i tak dalej, aż do momentu kiedy drugi piechur dogonił pierwszego. Ile kilometrów przebył pies?

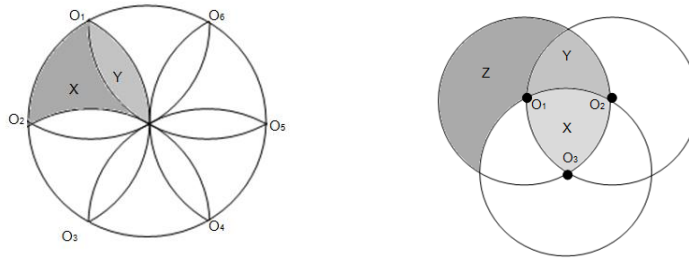
16. W trójkącie równobocznym o boku równym 1 pokolorowano pewne obszary. Jakie są ich pola?



17. W trzycyfrowej liczbie, której pierwszą cyfrą było 9, cyfrę tę przeniesiono na koniec. W rezultacie powstała liczba o 216 mniejsza od poprzedniej. Jaka była pierwotna liczba?

18. Ile cyfr trzeba użyć, aby zapisać wszystkie liczby 2-cyfrowe?

19. W szkole jest 1000 uczniów i 30 klas. Wykazać, że w co najmniej jednej klasie liczba uczniów wynosi co najmniej 34.
20. Samochód przejechał połowę trasy z prędkością  $50 \frac{km}{h}$ , a druga połowę z prędkością  $30 \frac{km}{h}$ . Jaka była średnia prędkość samochodu na trasie?
21. Koń zjada kopkę siana w ciągu 2 dób, krowa w ciągu 3 dób, owca w ciągu 6 dób. W jakim czasie zjedzą tę kopkę wszystkie 3 zwierzęta razem?
22. W skrzyni są 32 kamienie. Każdy kamień ma inną wagę. Za pomocą 35 wazek na wadze szalkowej wykryć najcięższy kamień oraz drugi z kolei pod względem wagi.
23. Widoczne na rysunku koła mają promień równy 1. Jakie są pola tych pokolorowanych obszarów?



24. Zamień litery na cyfry tak, aby otrzymana równość była prawdziwa. Jednakowym literom odpowiadają jednakowe cyfry, zaś różnym literom - różne cyfry:  $AB + BC + CA = ABC$
25. Odległość pomiędzy lisem i zającem wynosi 10 m. W jakim czasie lis dogoni zająca, jeśli lis biegnie z prędkością  $8 \frac{m}{s}$ , zaś zając z prędkością  $7 \frac{m}{s}$ ?
26. Wypisujemy kolejne liczby naturalne 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11... Jaka liczba wystąpi na 1500-tym miejscu?
27. Ojciec ma 35 lat i ma 4 synów. Każdy z nich jest o 2 lata młodszy od swojego kolejnego brata. Najstarszy ma 8 lat. Po ilu latach łączny wiek synów będzie równy wiekowi ojca?
28. Oblicz sumę miar kątów zewnętrznych 2003-kąta wypukłego.
29. Wykaż, że suma dwóch liczb dwucyfrowych różniących się tylko kolejnością cyfr jest podzielna przez 11.
30. Nad gęstym lasem leci stado smoków. Jedne z nich mają po 40 nóg, inne po 3 głowy. Łącznie jest 26 głów i 298 nóg. Smoki 40-nogie mają po jednej głowie. Ile nóg ma smok 3-głowy?

31. Do ponumerowania kolejnych stron pewnej książki użyto 2775 cyfr.  
Ile stron ma ta książka?

32. Ile maksymalnie kątów prostych może mieć wielokąt wypukły?

33. Maszyna licząca potrafi wykonać tylko jedno działanie: \*

$$a * b = 1 - \frac{a}{b}$$

Jak można przy pomocy tej maszyny wykonać każde z czterech działań arytmetycznych?

34. Wyznacz liczbę naturalną 5-cyfrową, w której każda następna cyfra jest o 1 większa od poprzedniej, zaś jej suma cyfr jest równa 30.

35. 300 żołnierzy ustawiono w prostokątnym szyku po 10 w każdym rzędzie i po 30 w każdej kolumnie. Z każdego rzędu wybrano najwyższego żołnierza, a spośród wybranych trzydziestu - najwyższego. Okazało się, że był nim Paweł. Następnie z każdej kolumny wybrano najniższego żołnierza, a spośród wybranych dziesięciu najwyższego. Okazało się, że był nim Piotr. Kto jest wyższy - Piotr czy Paweł?

36. Ile jest liczb 3 cyfrowych, które w zapisie nie posiadają cyfry 7?

37. W magazynie był towar w sześciu paczkach o ciężarach 15 kg, 16 kg, 18 kg, 19 kg, 20 kg i 31 kg. Dwaj kupcy kupili łącznie 5 paczek, przy czym pierwszy z nich kupił dwa razy więcej towaru, niż drugi. Paczka o jakim ciężarze (wadze) pozostała w magazynie?

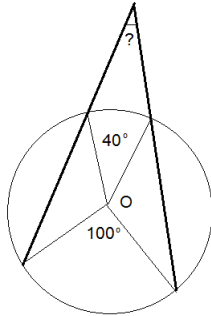
38. Na drodze pomiędzy dwoma miastami znajdują się liczne wzniesienia i ani kawałka drogi poziomej. Autobus jeździ pod górę z prędkością 15 km/godz., zaś z góry z prędkością 30 km/godz. Przejazd w obie strony (bez przystanku) zajmuje 4 godziny. Jaka jest odległość pomiędzy tymi miastami?

39. Zadanie Eulera - Pewien człowiek postanowił pewną sumę pieniędzy rozdzielić pomiędzy swoich synów w taki sposób: najstarszy otrzyma 1000 zł i jedną ósmą pozostałej sumy, następny syn otrzyma 2000 zł i jedną ósmą części nowej reszty, trzeci syn - 3000 zł i ósmą część kolejnej reszty itd. Okazało się, że wszyscy synowie otrzymali taką samą ilość pieniędzy. Ilu było synów i jaką sumę rozdzielił ojciec?

40. Wykazać, że nie istnieje liczba naturalna 3-cyfrowa, równa iloczynowi swoich cyfr.

41. Wykaż, że jeśli suma kwadratów  $x^2 + y^2$  dwóch liczb całkowitych  $x$  i  $y$  jest podzielna przez 3, to każda z tych liczb jest podzielna przez 3.

42. Punkt O jest środkiem okręgu. Oblicz miarę kąta oznaczonego na rysunku symbolem ?



43. Nad jeziorami leciało stado gęsi. Na każdym z kolejnych jezior lądowała połowa lecącego stada i pół gęsi. Wszystkie gęsi łącznie wylądowały na siedmiu jeziorach. Ile gęsi liczyło stado?

44. Jakie są dwie ostatnie cyfry liczby  $2^{2000}$  ?

45. Wysokość i środkowa wychodzące z tego samego wierzchołka trójkąta dzielą kąt przy tym wierzchołku na 3 równe części. Oblicz miary kątów tego trójkąta.

46. Znajdź takie dwie liczby naturalne a i b, aby każdy z trzech ułamków

$$\frac{a}{b}, \frac{a}{b+1}, \frac{a+1}{b+1} \text{ był ułamkiem skracalnym.}$$

47. Dzieląc pewną liczbę naturalną przez 17 otrzymano pewien iloraz oraz resztę równą 16. Dzieląc tę samą liczbę przez 18, otrzymano iloraz równy poprzedniej liczbie i resztę równą poprzedniemu ilorazowi. Co to za liczba?

48. Tomy dziesięciotomowej encyklopedii stoją na półce w kolejności: 1, 2, 6, 10, 3, 8, 4, 7, 9, 5. Dopuszcza się wziąć dwa sąsiednie tomy i nie zmieniając ich porządku postawić na nowych miejscach. Czy można w ten sposób postawić wszystkie tomy w kolejności wzrastanie numerów?

49. Ojciec ma 32 lata, a jego syn ma 5 lat. Kiedy ojciec będzie 10 razy starszy od syna?

50. Oto rozumowanie pokazujące, że wszystkie liczby są sobie równe.

Niech  $a > b$  i niech  $a = b + c$ .

Równość tę mnożymy przez  $a - b$ :

$$a(a-b) = (b+c)(a-b)$$

Przekształcamy:

$$a^2 - ab = ba - b^2 + ca - cb$$

Przenosimy wyrazy:

$$a^2 - ab - ac = ab - b^2 - bc$$

Wylączamy wspólny czynnik przed nawias:  $a(a-b-c) = b(a-b-c)$

Dzielimy przez  $(a-b-c)$  i otrzymujemy:  $a = b$ .

**Jak to  
możliwe ?**